Prof. Amador Martin-Pizarro — Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Übungen: Daniel Palacín — Sommersemester 2020

Topologie

Blatt 1

Abgabe: 27.05.2020, 11Uhr

Aufgabe 1 (4 Punkte).

Zeige, dass die Kollektion $\mathcal{B}$ aller reellen Intervalle der Form (a, ∞), mit a aus $\mathbb{R}$, eine Basis einer Topologie bildet.

Ist diese Topologie vergleichbar (feiner oder gröber) mit der euklidischen Topologie?

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Betrachte $\mathbb{R}$ mit der euklidischen Topologie.

a) Beschreibe alle Teilmengen von $\mathbb{R}$, welche sowohl offen als auch abgeschlossen sind.

Hinweis: In $\mathbb{R}$ besitzt jede nach unten beschränkte nicht-leere Teilmenge ein Infimum.

b) Ist die euklidische Topologie 0-dimensional?

Aufgabe 3 (4 Punkte).

Seien A und B Teilmengen eines topologischen Raumes. Zeige, dass $(A \overset{\circ}{\cap} B) = \overset{\circ}{A} \cap \overset{\circ}{B}$.

Gilt immer $(A \overset{\circ}{\cup} B) = \overset{\circ}{A} \cup \overset{\circ}{B}$?

Aufgabe 4 (6 Punkte).

Sei $\mathcal{S}$ die Kollektion aller Teilmengen von $\mathbb{R}$ der Form $(-\infty, a) \cup (b, \infty)$ mit $a < b$ aus $\mathbb{R}$.

a) Bildet $\mathcal{S}$ eine Basis einer Topologie?

b) Sei $\mathcal{T}_\mathcal{S}$ die von $\mathcal{S}$ erzeugte Topologie auf $\mathbb{R}$. Ist diese Topologie T_1? Ist sie Hausdorff?

c) Beschreibe das Innere und den Abschluss der Menge $A = [0, 1] \cup \{2\}$. Ist A nirgends dicht?

Hinweis: Welche Punkte sind Limespunkte von A?

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden (Bitte alle Namen eintragen!) Abgabe der Übungsblätter im ILIAS als eine einzige PDF-Datei.